5.回転の運動学

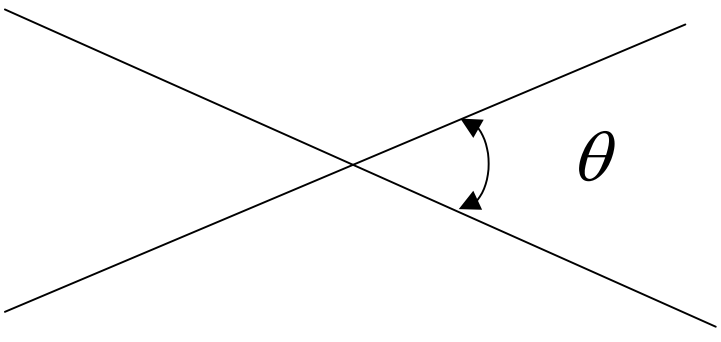
Angular Kinematics

角運動(angular motion)

一定の中心線もしくは軸周りの円周上を身体や物体上の全ての点が動くこと

角度(angle)

- 2つの面、二つの直線、もしくは線と面の交差により形成
- ギリシャ文字θであらわす

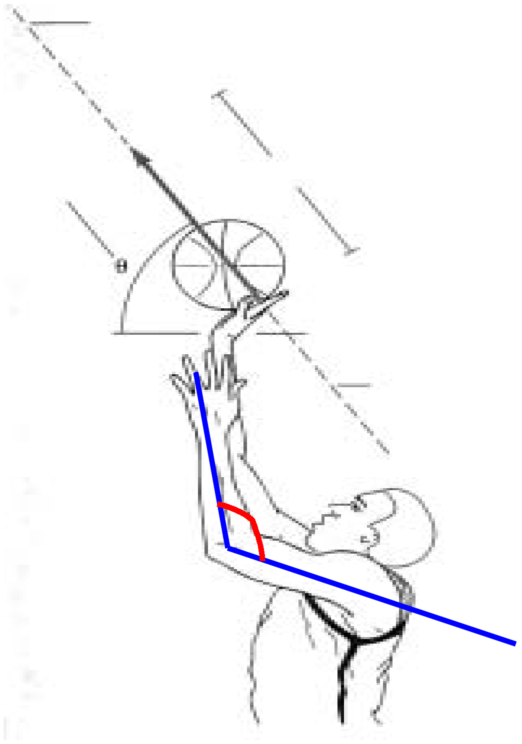


angular position(角度位置)

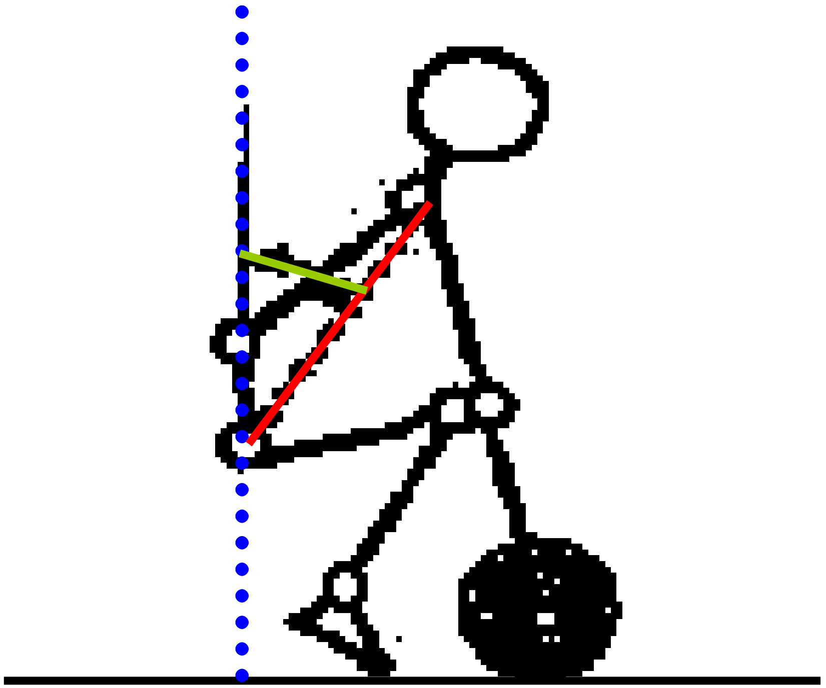
①relative angular position　相対角度位置

②absolute angular position　絶対角度位置

①



②



～角度の表すには①～

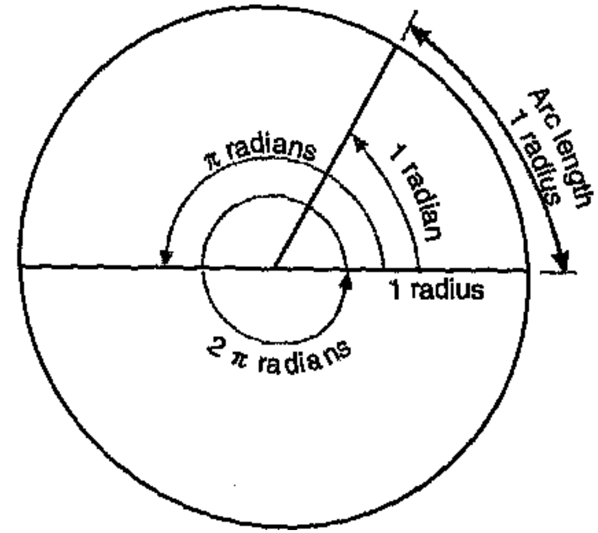
度数法：

平面を定点を通る直線によって 360 等分するとき、その等分された一つの角として定まる角度を 1 度 (ど、°、degree) として基本単位に持つ単位系

～角度の表すには②～

radian:ラジアン

1ラジアンは，円の周上でその半径の長さに等しい長さの弧を切り取る2本の半径の間に含まれる平面角



$$\theta = \frac{arclength}{r} = \frac{l}{r}$$

$\theta =$ **示される角度** (rad)

$l =$ **円弧の長** (m)

$r =$ **半径** (m)

$$\theta\,(\mathrm{rad}) = \frac{\pi}{180}\,\theta\,(\mathrm{degree})$$

2π rad = 360°

π rad = 180°

π/2 rad = 90°

π/3 rad = 60°

π/4 rad = 45°

角変位 angular displacement

回転する直線による絶対角度位置における変化

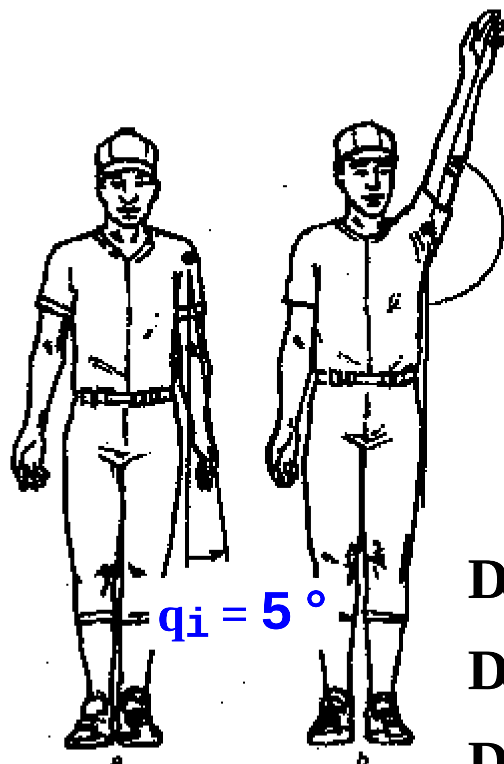
右手親指の法則により

counterclockwise（+）

反時計回り

clockwise（–）

時計回り



⊿θ:角変位

$Dq = q_f - q_i$

$Dq = 170° - 5°$

$Dq = +165°$

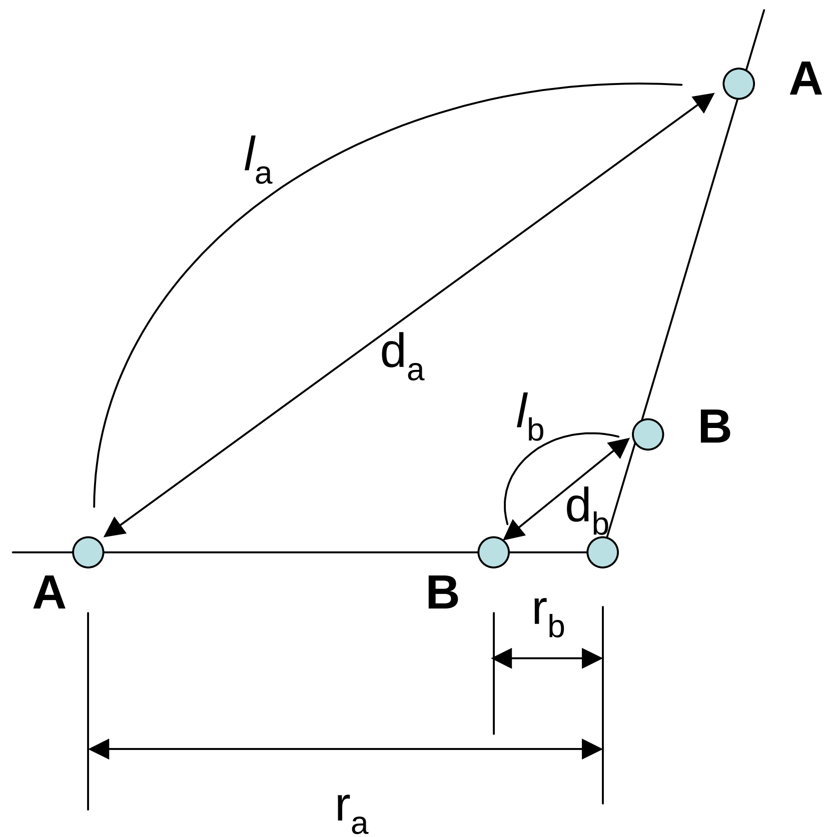
角変位をラジアンで示すと、直線距離（弧の長さ）は角変位と半径の積と等しくなる

$$\theta = \frac{arclrngth}{r} = \frac{l}{r}$$

$$\Delta\theta = \frac{l}{r} = \frac{l_a}{r_a} = \frac{l_a}{r_b}$$

$$\frac{r_a}{r_b} = \frac{l_a}{l_b}$$

$$l = \Delta\theta r$$



$l =$ **円弧の長さ**　　$\Delta\theta =$ **ラジアンで計測された角度**　　$r =$ **半径**

角速度 angular velocity

- 角変位の変化率
- 角変位の時間微分
- ωで表す
- ベクトル量
- 単位：[rad/s],[deg/s],[rpm]

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta_f - \theta_i}{\Delta t}$$

$\bar{\omega}$：平均角速度

$\Delta\theta$：角変位

Δt：時間

θ_f：最終角度位置

θ_i：最初の角度位置

average angular velocity **平均角速度**

instantaneous angular velocity **瞬間角速度**

角速度と並進速度の関係

回転する物体上のある点の平均並進速度(接線速度:円弧の接線方向)は、物体の平均角速度に半径をかけたものと等しい

l:円弧の長さ(m)

r:半径(m)

$\Delta\theta$:角変位(rad)

t:時間(S)

$\bar{s}$:平均並進速度(m/S)

$\bar{\omega}$:平均角速度(rad)

$$l = \Delta\theta r$$

$$\frac{l}{t} = \frac{\Delta\theta r}{t}$$

$$\bar{s} = \bar{\omega} r$$

v：瞬間並進速度（m/s）

ω：瞬間角速度（rad/s）

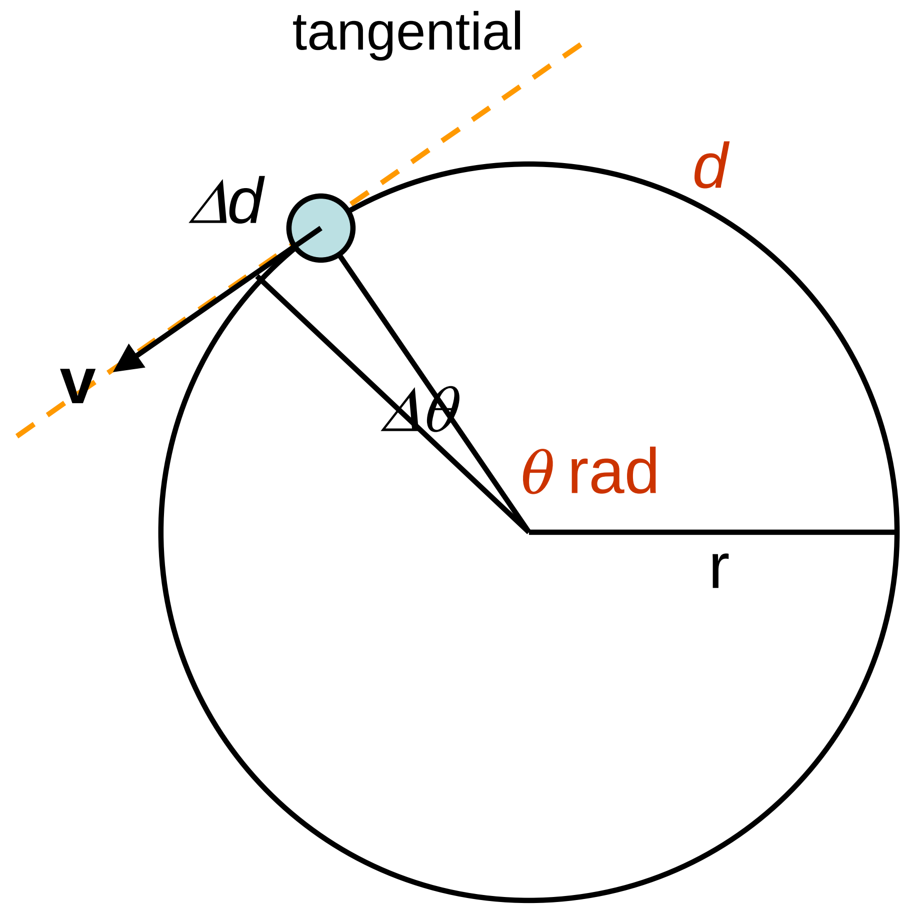
r：半径（m）

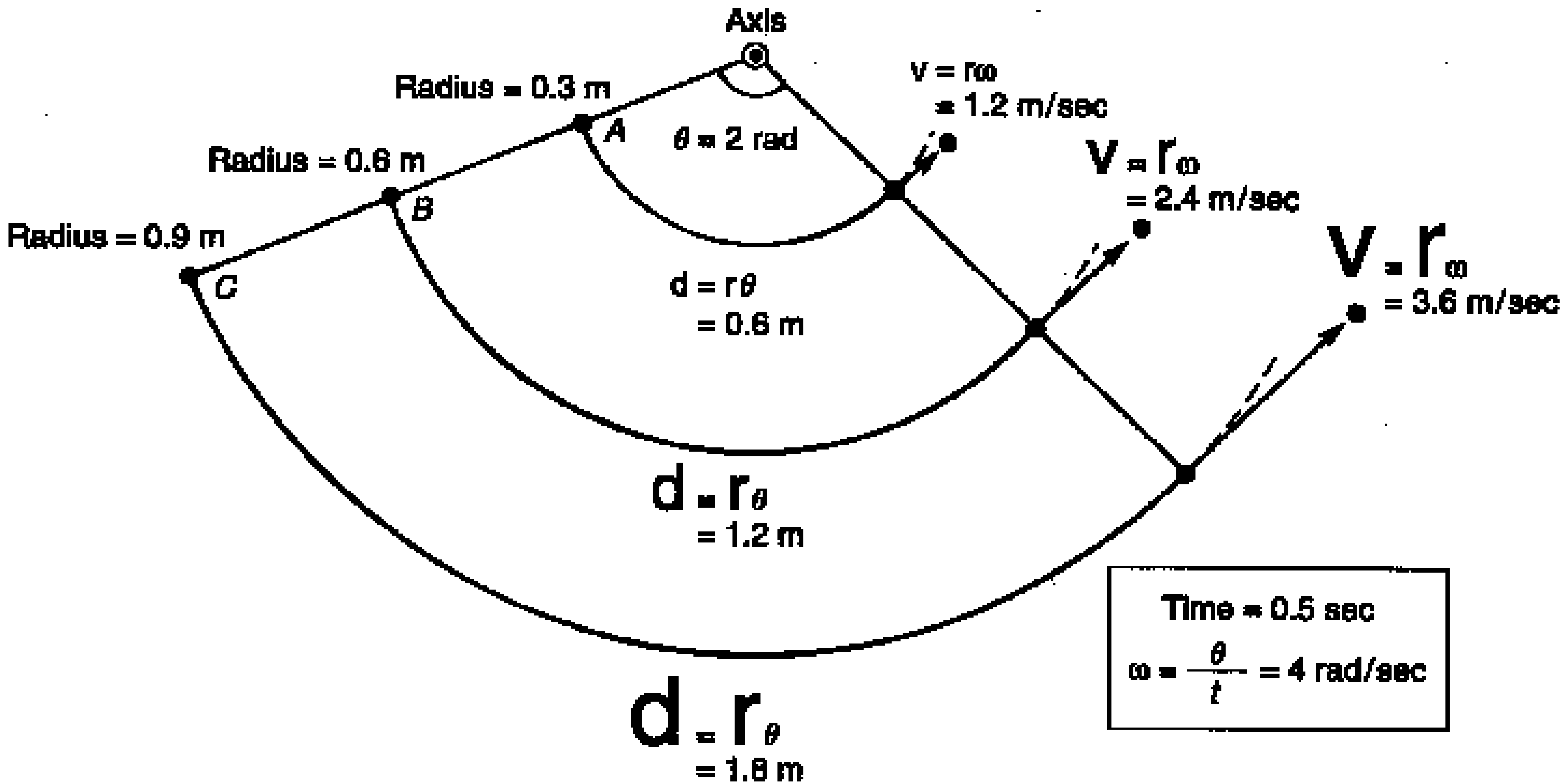
$$d = r\theta$$

$$\Delta d = r \cdot \Delta\theta$$

$$\frac{\Delta d}{\Delta t} = r \cdot \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$v = r\omega$$




Axis
Radius = 0.3 m
Radius = 0.6 m
Radius = 0.9 m
A
B
C
θ = 2 rad
v = rω
= 1.2 m/sec
V = rω
= 2.4 m/sec
V = rω
= 3.6 m/sec
d = rθ
= 0.6 m
d = rθ
= 1.2 m
d = rθ
= 1.8 m
Time = 0.5 sec
ω = θ/t = 4 rad/sec

角加速度　angular acceleration

- 回転する物体が加速または減速、もしくは回転軸の方向が変化する際に現れる
- 角速度の変化率
- 角速度の時間微分
- αで表す
- ベクトル量
- 単位：[rad/s/s],[°/s/s]

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_f - \omega_i}{\Delta t}$$

$\bar{a}$：平均角加速度

Dw：角速度の変化量

Dt：時間

wf：最終角速度

wi：最初の角速度

接線加速度 tangential acceleration

物体に働いている力 $\vec{F}$ をその時刻における速度 $\vec{v}$ の向きと，それに垂直な向きに分解したとき速度 $\vec{v}$ の向きの力の成分 F_v によって生じる加速度

向心加速度 centripetal acceleration

円運動する軌道に対して垂直方向の力の成分 F_n によって生じる加速度である法線加速度

接線加速度　tangential acceleration

回転する物体の円軌道上のある点における加速度の要素

回転する物体が角速度を上昇させる時、物体におけるある点の速度も同様に上昇する。その物体の角加速度と並進加速度には関係がある

$$a_T = \alpha r$$

a_T：瞬間接線加速度

r：半径

α：瞬間角加速度 $[rad/s^2]$

求心性加速度 centripetal acceleration

求心性加速度は、回転軸に向かって作用する並進加速度

$$a_r = \frac{V_T{}^2}{r}$$

速さv(=rω)を用いた式

$$a_r = \omega^2 r$$

角速度ωを用いた式

$a_r =$ **向心加速度**

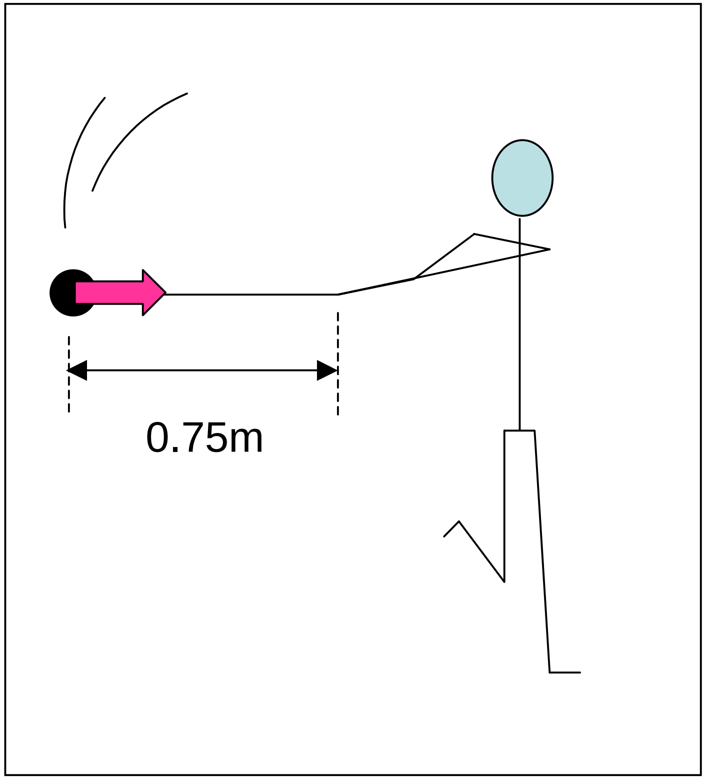
$V_T =$ **接線並進速度**

$r =$ **半径**

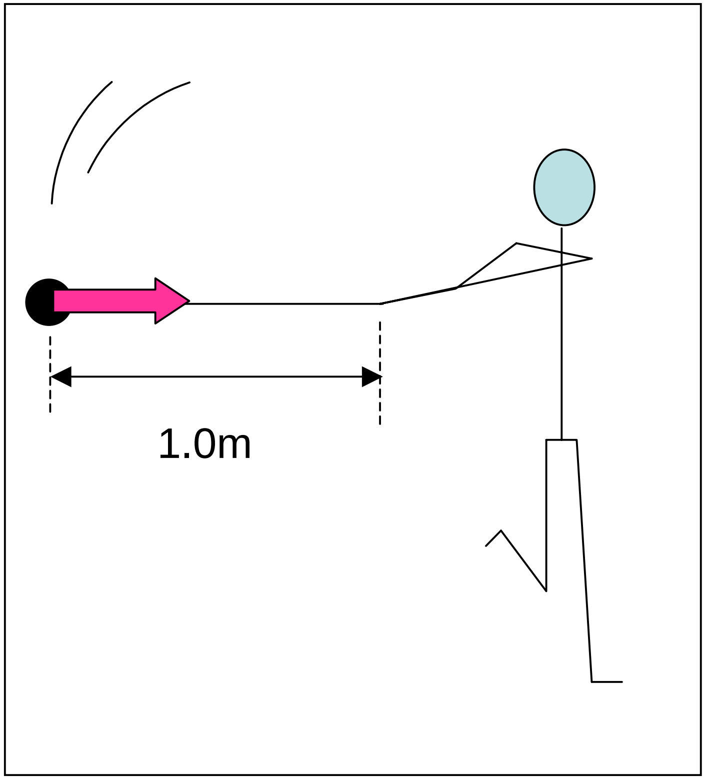
$\omega =$ **角速度**

物体を円運動させるのに必要な、円の中心に向かう力を向心力(centripetal force)という

$$F = ma_r = mr\omega^2 = m\frac{v^2}{r}$$



<



角速度が等しいとき、半径の長さにより向心力の大きさが変わる

遠心力 centrifugal force

相対座標系において円の中心から外側方向に働く慣性力(みせかけの力)

物体と同じ運動をする人の視点で遠心力は、

$$F_x = \frac{mv^2}{r}$$

速さｖ(=rω)を用いた式

$$F_x = mr\omega^2$$

角速度ωを用いた式