8. 回転の力学

1. 回転の運動方程式

$$\sum F_n = ma_n$$ n : **法線方向** (1.1)

$$\sum F_t = ma_t$$ t : **接線方向** (1.2)

$$a_n = \frac{v^2}{r} \qquad a_t = \frac{dv}{dt}$$ **であるから,**

$$\sum F_n = mr\omega^2 \qquad \sum F_t = mr\alpha \qquad (1.3)$$

$$v = r\omega \qquad \frac{dv}{dt} = r\alpha$$ **であるから,**

$$\sum F_t = m\frac{dv}{dt} \qquad \sum F_n = m\frac{v^2}{r} \qquad (1.4)$$

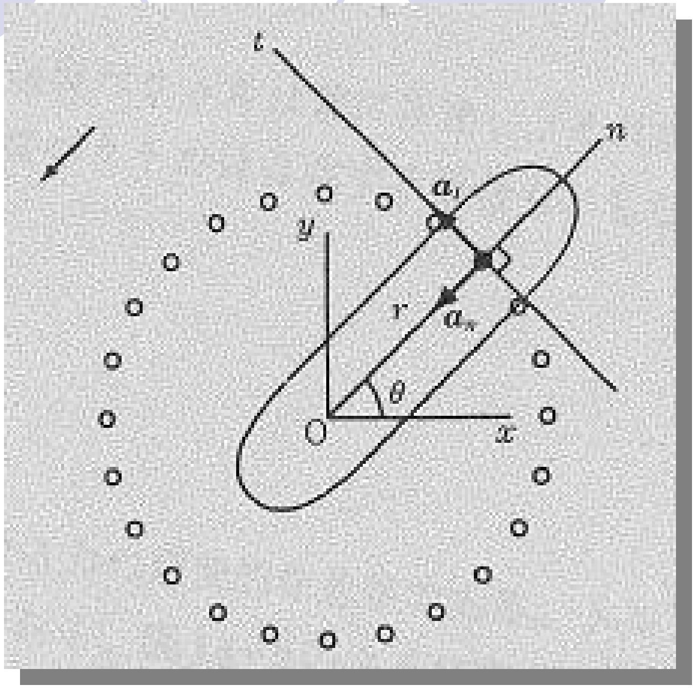


図1. 回転運動

（**嘉数ら**, 2001 ）

2．トルクと角速度　(1)

トルク M：物体を回転させる力の定量的な基準

力の大きさと，その点から作用線までの最短距離 (モーメントアーム) の積に等しい．

$$M = rF_t = rF\sin\phi \qquad (2.1)$$

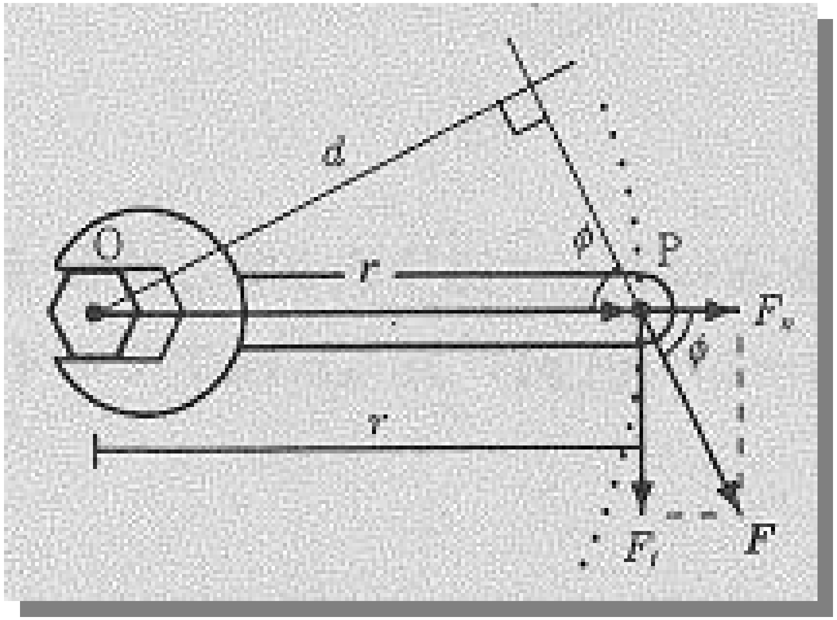


図2．物体を回転させる力

(嘉数ら，2001)

2．トルクと角速度　(2)

$$F_t = ma_t \qquad (2.2)$$

$a_t = r\alpha$　を式 (2.2) に代入し，両辺に r をかける

$$rF_t = (mr^2)\alpha \qquad (2.3)$$

mr^2 ：質量慣性モーメント I

$$M = I\alpha \qquad (2.4)$$

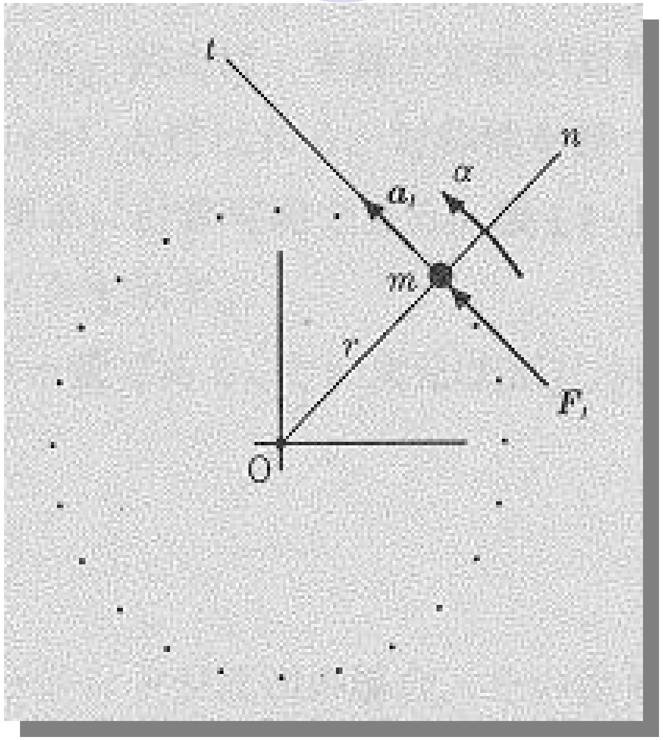


図3．並進運動と回転運動の比較

（嘉数ら，2001 ）

3．質量慣性モーメント

慣性モーメント I： **回転を引き起こす力が，軸に固定された物体に働くとき，その剛体の加速に対する抵抗の度合い**

$[\mathrm{m^2kg}]$

質点の慣性モーメント

$$I = mr^2 \tag{3.1}$$

剛体の慣性モーメント

$$I = \int_v r^2 dm \tag{3.2}$$

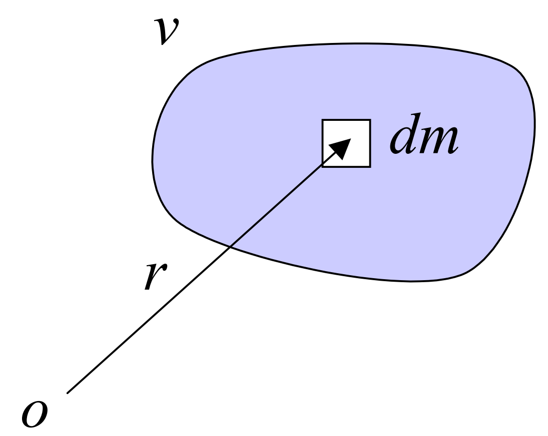
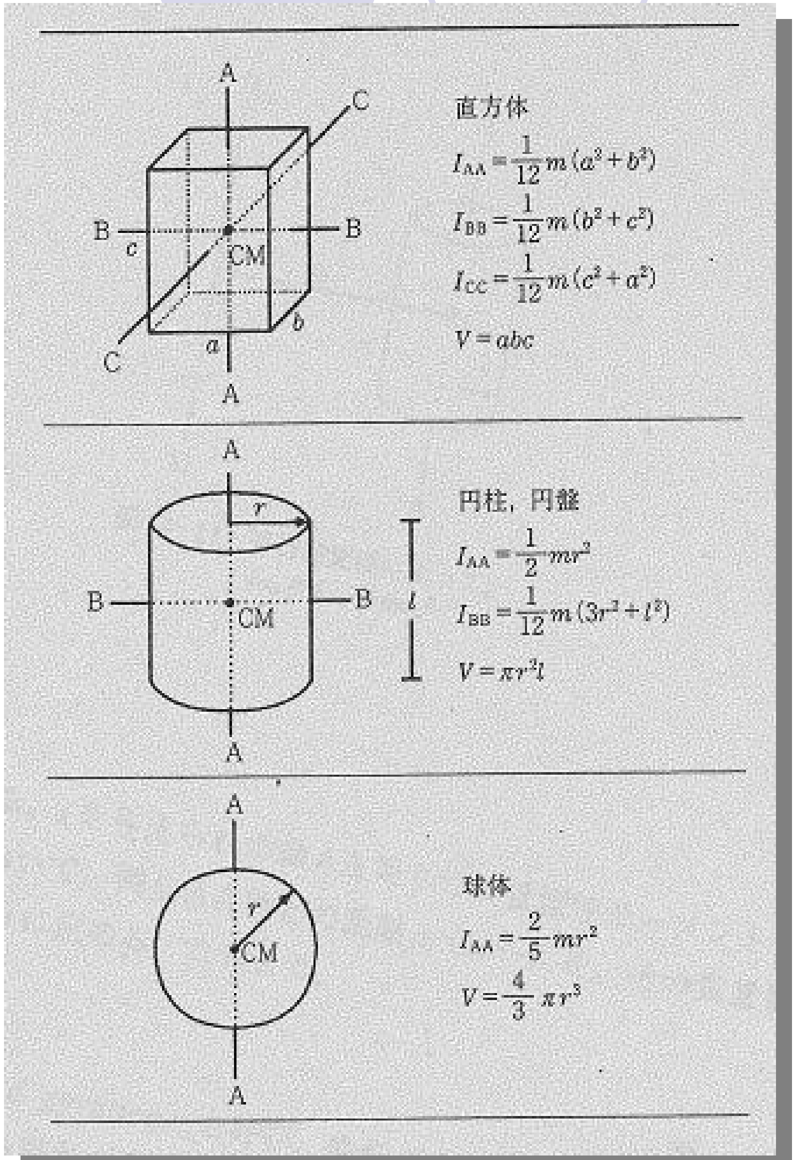


図4．一般的な剛体の慣性モーメント

4．平行軸定理 （1）

表1． 基本的な幾何学形状の物体の慣性モーメント

（嘉数ら，2001）



4．平行軸定理　(2)

平行軸の定理：物体の中心軸周りの慣性モーメントが既知の場合，その物体の中心軸と平行な軸周りの慣性モーメントは平行軸の定理によって求められる．

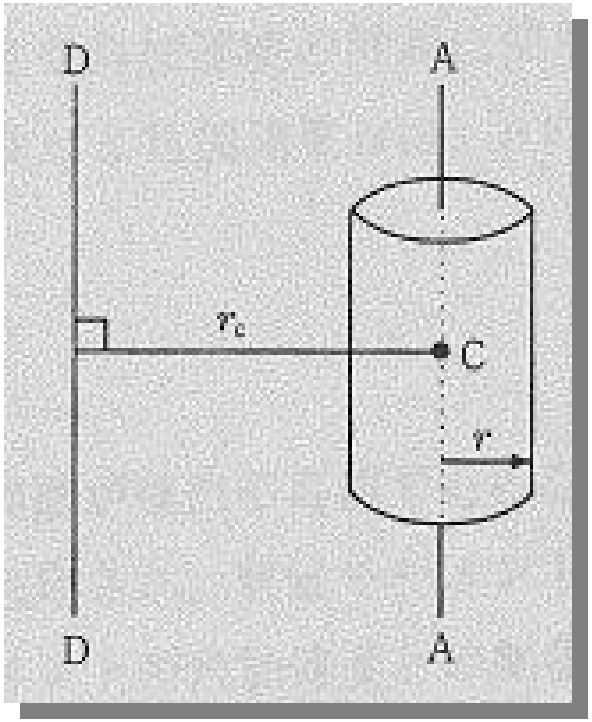


図5．平行軸の定理

(嘉数ら，2001)

$$I_A = I_D + mr_C^2 \qquad (4.1)$$

I_A：AA**軸周りの慣性モーメント**

I_D：DD**軸周りの慣性モーメント**

5. 回転半径

$$\rho = \sqrt{\frac{I}{M}} \qquad \rho：\text{回転半径} \qquad (5.1)$$

回転半径 ρ： ある軸周りの慣性モーメントが I で，質量が M の剛体を，質量が M で慣性モーメントが I になるような等価な質点に変換したときの，回転軸から質点までの距離

6．角運動量

角運動量 H **：** **回転している物体の勢いの尺度であり，並進運動における運動量に相当するもの**
[m^{2}kg]

力学的には，運動量のモーメント（モーメントアーム×運動量）と定義される

$$H = r \times mv \qquad (6.1)$$

$$H = r \times m(\omega \times r) = mr^2\omega \qquad (6.2)$$

$$I = \sum m_i r_i^2 \qquad (6.3)$$

より， ← (3.2)**と比較**

$$H = I\omega \qquad (6.4)$$

7. 角運動量保存則

角運動量保存則： 外から作用する力のモーメントの合計が0のとき，物体あるいはシステムの角運動量は変わらない

角力積：力のモーメントと時間の積

$$\frac{I\omega_2 - I\omega_1}{t} = I\alpha = M \qquad (7.1)$$

$$I\omega_2 - I\omega_1 = Mt \qquad (7.2)$$

8. 並進運動と回転運動の比較

並進運動と回転運動の法則には，類似性が見られる

	並進運動	回転運動
運動方程式	$ma = F$	$I\omega = M$
運動量	$mv = H$	$I\omega = H$
エネルギー	$\frac{1}{2}mv^2 = E$	$\frac{1}{2}I\omega^2 = E$

表2. 並進運動と回転運動の比較